Calcul de la longueur d'un méridien et du rayon terrestre par la méthode d'Eratosthène

Savoir-faire :
- Calculer la longueur du méridien terrestre par la méthode d'Ératosthène.
- Calculer le rayon de la Terre à partir de la longueur du méridien.

C'est à Eratosthène (276 avant J.C., 194 avant J.C.), astronome et mathématicien grec, que l'on doit la célèbre méthode de calcul du rayon de la Terre. **Quelle est cette méthode et comment la mettre en œuvre ?**

Documents :

Doc.1 : Contexte historique

Eratosthène constate que le jour du **solstice d'été** (le 21 juin), à midi, les puits de **Syène** – actuelle ville d'Assouan en Egypte – sont éclairés jusqu'au fond. Il en déduit qu'à midi, le Soleil est à la verticale de Syène.

Dans la ville d'**Alexandrie**, située à peu près sur le même méridien que Syène, il constate que le jour du solstice d'été, un obélisque a une ombre. Il mesure alors l'angle i (voir figure 1 ci-contre) et trouve environ 7,2°.

Il pense alors à mesurer la distance séparant les deux villes Syène et Alexandrie. Pour ce faire, on raconte qu'il aurait noté qu'un chameau mettait environ 50 jours pour aller de Syène à Alexandrie et, qu'en un jour, le chameau parcourait une distance de 100 stades. La longueur d'un stade est fixée à 157,5 m.

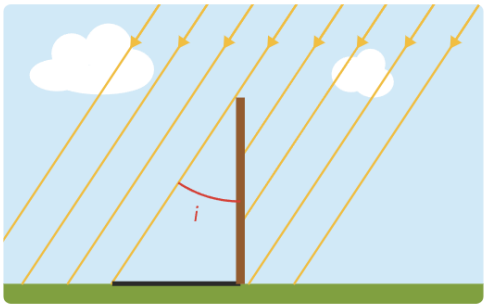


Figure 1 : Ombre d'un bâton au solstice d'été, à Alexandrie lorsque le soleil est à son zénith

Doc.2 : Les villes de Syène et d'Alexandrie

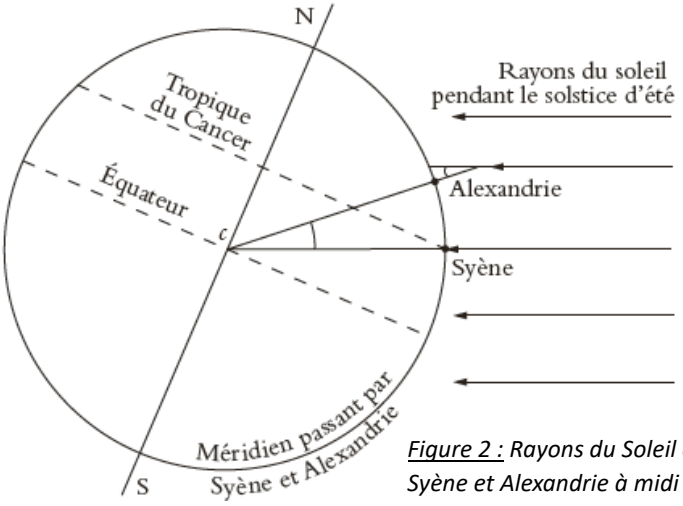
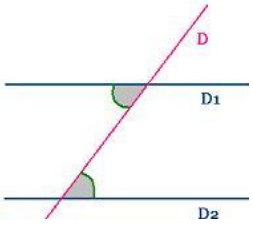


Figure 2 : Rayons du Soleil arrivant sur Terre à Syène et Alexandrie à midi le jour du solstice d'été

Doc.3 : Outils mathématiques

Angles alternes-internes et droites parallèles :

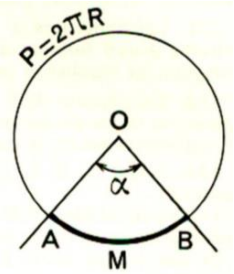
Si ***deux droites*** **parallèles** sont coupées par une sécante, alors elles forment des ***angles alternes-internes*** **de même mesure**.



Longueur d'un arc de cercle

La longueur d'un arc de cercle de rayon R et d'angle α est proportionnelle à l'angle α.

Angle en degré	360	α
Longueur de l'arc	$2\pi R$	$\boldsymbol{2\pi R \times \frac{\alpha}{360}}$



Questions :

1) Eratosthène suppose que les rayons du soleil sont rigoureusement parallèles.
Sur la figure 1, où retrouve-t-on l'angle i ? **Justifier.**

2) A l'aide du doc.1, calculer la distance entre les villes de Syène et d'Alexandrie.

3) La distance entre Syène et Alexandrie calculée précédemment correspond à la longueur de l'arc de cercle entre ces deux villes (voir figure 2 du doc.2).

a) Recopier et compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous dans le but de calculer la longueur d'un méridien terrestre :

Angle en degré	$7{,}2$	
Longueur de l'arc en m		

b) Exprimer la longueur du méridien terrestre noté ℓ en km.

4) A l'aide du résultat précédent, calculer une estimation du rayon de la Terre par la méthode d'Eratosthène.

5) La valeur théorique actuelle du rayon terrestre est $R = 6371\ km$.
Comparer la valeur du rayon terrestre trouvée par la méthode d'Eratosthène avec la valeur théorique et **conclure.**